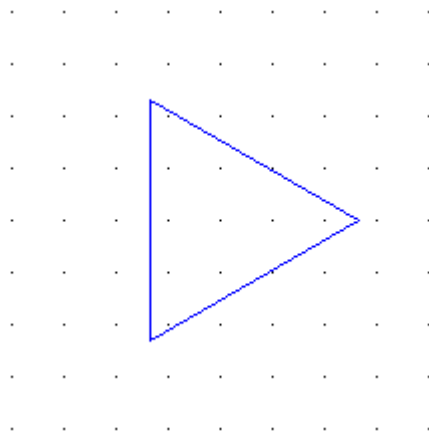


Und laufen, und laufen, und laufen ... Lösungen

Drei-Käfer-Rennen

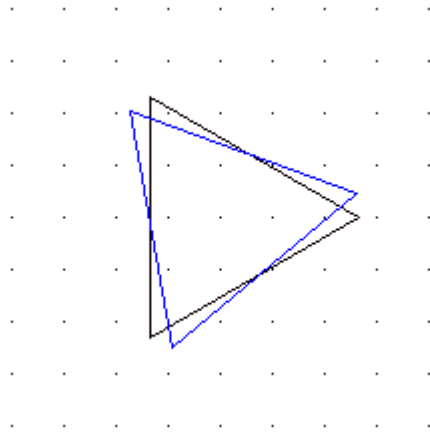
Koordinaten der Eckpunkte eines regelmäßigen Dreiecks: (Hier ist der Punkt auf der 1. Achse doppelt angegeben, um ein vollständiges Polygon zeichnen zu können.)

$$\#1: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$



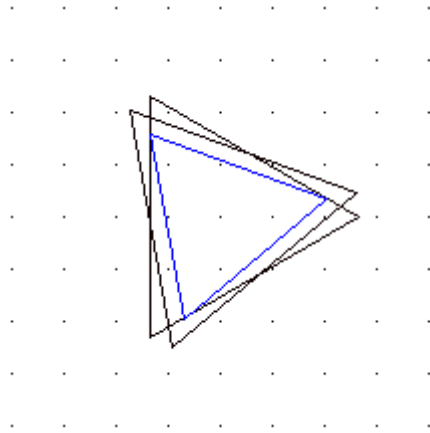
Anwendung der Drehmatrix für eine Drehung um 10°:

$$\#2: \left(\begin{bmatrix} \cos(10) & -\sin(10) \\ \sin(10) & \cos(10) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right)$$



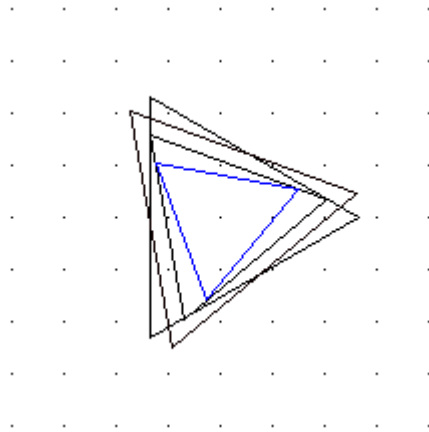
Multiplikation des Ergebnisses mit dem Streckfaktor $\sin(30^\circ) / \sin(140^\circ)$:

$$\#3: \left(\frac{\sin(30)}{\sin(140)} \cdot \begin{bmatrix} \cos(10) & -\sin(10) \\ \sin(10) & \cos(10) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right),$$



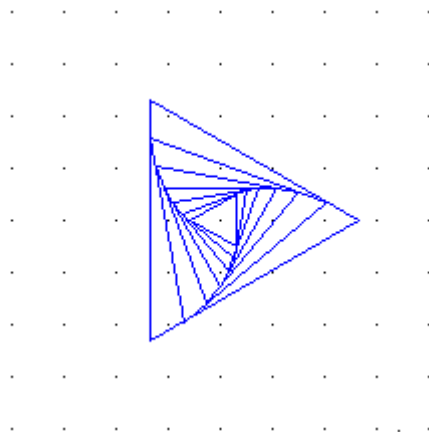
Weitere Dreiecke erhält man durch wiederholte Multiplikation des Ergebnisses mit der Drehmatrix und dem Streckfaktor:

$$\#4: \left(\left(\frac{\sin(30)}{\sin(140)} \right)^2 \cdot \begin{bmatrix} \cos(10) & -\sin(10) \\ \sin(10) & \cos(10) \end{bmatrix}^2 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right),$$



Mit Hilfe des Vector-Befehls lassen sich mehrere Dreiecke zeichnen:

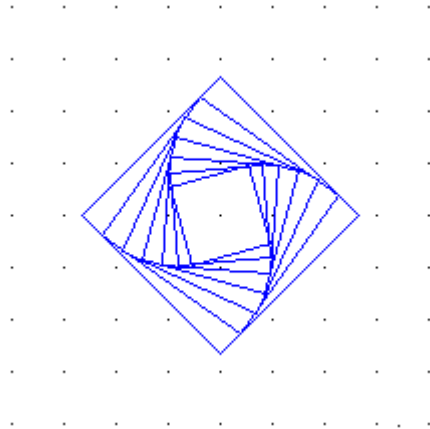
$$\#5: \text{VECTOR} \left(\left(\left(\frac{\text{SIN}(30)}{\text{SIN}(140)} \cdot \begin{bmatrix} \text{COS}(10) & -\text{SIN}(10) \\ \text{SIN}(10) & \text{COS}(10) \end{bmatrix} \right) \right) \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right), \left. \begin{matrix} k, 0, 6 \end{matrix} \right)$$



Vier-Käfer-Rennen

Analog löst man das Rennen mit vier Käfern:

$$\#6: \text{VECTOR} \left(\left(\left(\frac{\text{SIN}(45)}{\text{SIN}(125)} \cdot \begin{bmatrix} \text{COS}(10) & -\text{SIN}(10) \\ \text{SIN}(10) & \text{COS}(10) \end{bmatrix} \right) \right)^k \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right), k, 0, 6$$



n-Käfer-Rennen

Zunächst werden die Abbildungen definiert. Die Drehmatrix hat den Drehwinkel als Variable, der Streckfaktor ist zusätzlich noch von der Anzahl der Eckpunkte n abhängig. Die Hintereinanderausführung von Drehung und Streckung geschieht mit der Abbildung $\text{DrehStreck}(n, \varphi)$.

$$\#7: \text{Drehmatrix}(\varphi) := \begin{bmatrix} \text{COS}(\varphi) & -\text{SIN}(\varphi) \\ \text{SIN}(\varphi) & \text{COS}(\varphi) \end{bmatrix}$$

$$\#8: \text{Streckfaktor}(n, \varphi) := \frac{\text{COS}\left(\frac{180}{n}\right)}{\text{COS}\left(\frac{180}{n} - \varphi\right)}$$

$$\#9: \text{DrehStreck}(n, \varphi) := \text{Streckfaktor}(n, \varphi) \cdot \text{Drehmatrix}(\varphi)$$

$\text{Poly}(n)$ erzeugt die Koordinatenmatrix der Eckpunkte eines regelmäßigen n -Ecks.

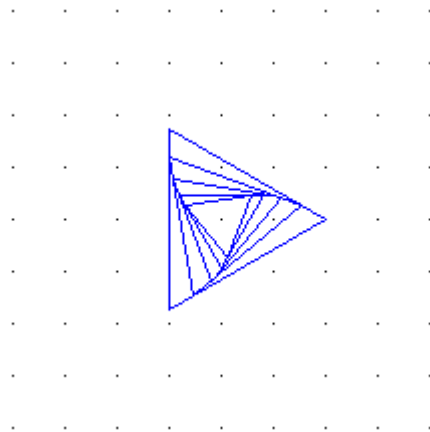
$$\#10: \text{Poly}(n) := \text{VECTOR} \left(\left[\text{COS}\left(\frac{k \cdot 360}{n}\right), \text{SIN}\left(\frac{k \cdot 360}{n}\right) \right], k, 0, n \right)$$

Nun kann das Rennen losgehen. Dabei bestimmt die Variable stop die Anzahl der zu zeichnenden n -Ecke.

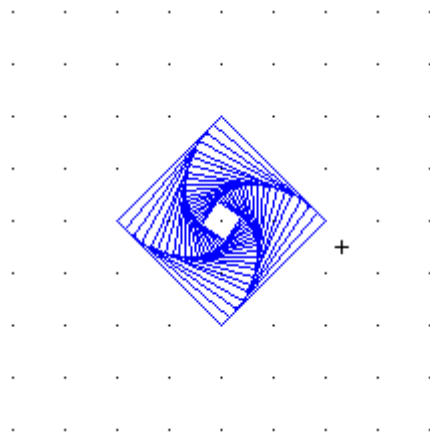
$$\#11: \text{Rennen}(n, \varphi, \text{stop}) := \text{VECTOR} \left((\text{DrehStreck}(n, \varphi) \cdot \text{Poly}(n))^k, k, 0, \text{stop} \right)$$

Beispiele:

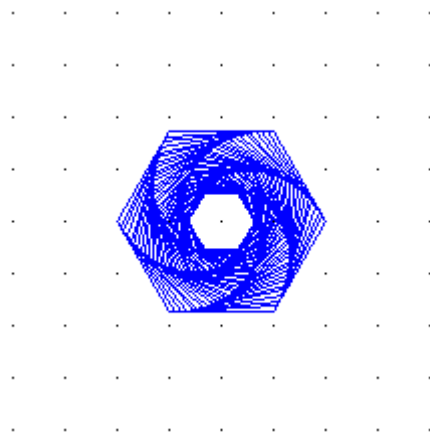
#12: Rennen(3, 10, 4)



#13: Rennen(4, 5, 20)



#14: Rennen(6, 3, 40)



Um das Zeichnen der ineinander geschachtelten n-Ecke zu verlangsamen, werden an unzugänglicher Stelle zusätzlich Kreise gezeichnet. Diese stören niemanden, kosten aber Rechenzeit bei der Ausführung.

#15: $\text{Kreis}(M_1, r_1) := (x - M_1)^2 + (y - M_2)^2 = r_1^2$

#16: $\text{Delay}(\text{Laufvar}, \text{Dauer}) := \text{VECTOR}(\text{Kreis}([\text{Laufvar}, -100], k_1 \cdot 0.01), k_2,$

1, Dauer)

```
#17: Rennen_slow(n, φ, stop, Dt) := VECTOR([ (DrehStreck(n,  
      φ)k · Poly(n) \ \ , Delay(k, Dt) ] , k, 0, stop)
```

```
#18: Rennen_slow(6, 3, 80, 3)
```

```
#19: Rennen_slow(4, 3, 60, 3)
```