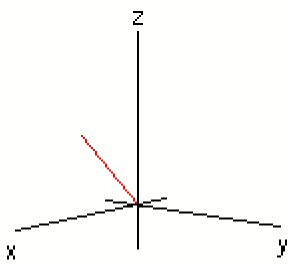
Anschauliche Analytische Geometrie mit *DERIVE 5*

1. Vektoren zeichnen:

#1: $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

Dieser Ausdruck kann sofort im 3D-Graphik-Fenster gezeichnet werden.
Zum Einfügen einer Graphik in das Worksheet: Im Menü *Einfügen* die Option *3D-Graphik-Objekt...* wählen

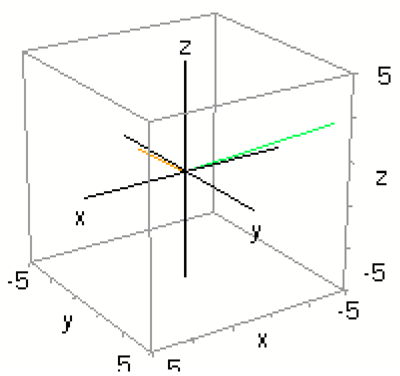
oder zuerst ein 3D-Graphik-Fenster öffnen und dann im Menü *Datei* die Option *Einbetten* wählen:



Nach dem Doppelklick auf die Grafik kann diese bearbeitet oder rotiert werden.
Farbwahl mit: 1. Markieren des zu zeichnenden Objektes im Analysis-Fenster
2. Wechsel in das 3d-Grafik-Fenster
3. Einfügen; Graph, Schema (Benutzerdefiniert), Gitter (Farbe nach Wahl); Fertigstellen

Es können auch mehrere Vektoren auf einmal gezeichnet werden: (Bei der Farbwahl hier: Spur (weiß)! Sonst wird die Dreiecksfläche ausgefüllt.)

#2: $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ -4 & 5 & 3 \end{bmatrix}$



2. Geraden zeichnen:

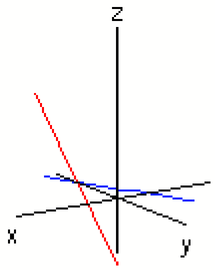
#3: g2 := [0, 1, 1] + t·[3, 1, 1]

#4: g1 := [5, 3, 1] + s·[1, 0, 2]

Vereinfache die Terme der Parameterdarstellungen und zeichne sie im 3D-Graphik-Fenster.
Um den Ausdruck zeichnen zu können ohne ihn vorher zu vereinfachen, muß im Graphik-Fenster im Menü *Extras* die Option *Vereinfachen vor dem Zeichnen* aktiviert sein):

#5: [g1, g2]

#6: $\begin{bmatrix} s + 5 & 3 & 2 \cdot s + 1 \\ 3 \cdot t & t + 1 & t + 1 \end{bmatrix}$



Schnittpunktbestimmung der Geraden:

#7: SOLVE(g1 = g2, [s, t])

#8: $[s = 1 \wedge t = 2]$

Substituiere s=1 in der Geradengleichung g1:

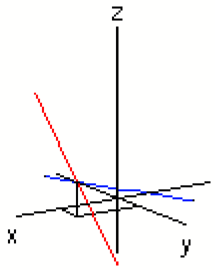
#9: SP := SUBST(g1, s, 1)

#10: SP = [6, 3, 3]

Mit der folgenden Funktion kann der Schnittpunkt veranschaulicht werden:

#11: $\text{PROJ\_LINIEN}(Q) := \left[Q, \left[Q_1, Q_2, 0\right], \left[Q_1, 0, 0\right], \left[Q_1, Q_2, 0\right], \left[0, Q_2, 0\right]\right]$

#12: PROJ_LINIEN(SP)



3. Ebenen zeichnen:

Ebene 1 in Parameterform: (zum Zeichnen vereinfachen oder *Approximieren vor dem Zeichnen* aktivieren)

#13: E1 := [1, 1, 1] + s·[1, 2, 3] + t·[2, 1, 1]

#14: E1 = [s + 2·t + 1, 2·s + t + 1, 3·s + t + 1]

Ebene 2 in Koordinatenform: (zum Zeichnen löse nach z auf)

#15: E2 := x − 5·y + 3·z = 15

#16: SOLVE(E2, z)

#17: $z = \dfrac{5\cdot(y + 3) - x}{3}$

Normalenvektor von E1:

#18: SOLVE([[a, b, c]·[1, 2, 3] = 0, [a, b, c]·[2, 1, 1] = 0], [a, b])

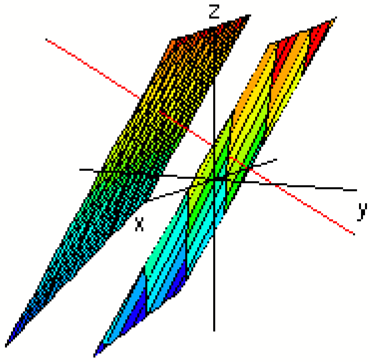
#19: $\left[a = \dfrac{c}{3} \wedge b = -\dfrac{5\cdot c}{3}\right]$

Für c=3 erhalten wird den Normalenvektor n.

#20: n := [1, −5, 3]

Also sind die beiden Ebenen parallel zueinander.
g3 ist eine zu den beiden Ebenen orthogonale Gerade:

#21: g3 := [1, 1, 1] + r·[1, −5, 3]



Berechnung der Koordinatendarstellung von E1:

#22: $([x, y, z] - [1, 1, 1])\cdot n = 0$

#23: $x - 5\cdot y + 3\cdot z + 1 = 0$

Berechnung der Hesse-Normalform von E1:

#24: $$\frac{x - 5\cdot y + 3\cdot z + 1}{|n|} = 0$$

#25: $$\frac{\sqrt{35}\cdot(x - 5\cdot y + 3\cdot z + 1)}{35} = 0$$

4. Zeichnung eines Würfels

Zuerst werden die Eckpunkte eingegeben:

#26: d :=

#27: [A1 := [d, -d, -d], A2 := [d, d, -d], A3 := [-d, d, -d], A4 := [-d, -d, -d]]

#28: [B1 := [d, -d, d], B2 := [d, d, d], B3 := [-d, d, d], B4 := [-d, -d, d]]

Um mühsame Eingaben zu vermeiden, wird der Würfel mit einer Hilfsfunktion definiert:

#29: $$\text{Viereck}(a, b, c, d) := \begin{bmatrix} a & b \\ b & c \\ c & d \\ d & a \end{bmatrix}$$

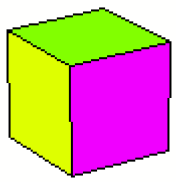
#30: Wuerfel := [Viereck(A1, A2, A3, A4), Viereck(B1, B2, B3, B4), Viereck(A1, A2, B2, B1), Viereck(A2, A3, B3, B2), Viereck(A3, A4,

```
        B4, B3), Viereck(A4, A1, B1, B4)]
```

Nun kann ein Würfel mit der Kanntenlänge 2d gezeichnet werden.

```
#31:  d := 1

#32:  Wuerfel
```

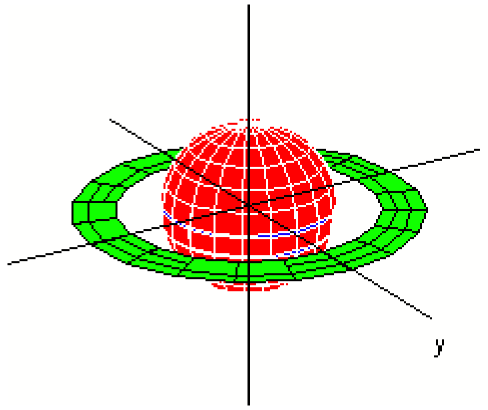


5. Der Saturn

Zur Zeichnung des Planeten des Ringes wird im 3D-Grphikfenster im Menue *Einstellen* das *Koordinatensystem* als *spärisch* gewählt.

#33: $r = 1.5$

#34: $\left[\mathrm{IF}(2 < r < 3,\ r,\ 3),\ \theta,\ \dfrac{\pi}{2}\right]$



6. Zeichnung eines Zylinders

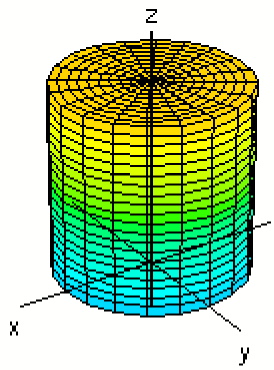
Der Zylinder hat den Radius 2 und die Höhe 4:
Zur Zeichnung des Zylinders wird im 3D-Grphikfenster im Menue *Einstellen* das *Koordinatensystem* als *zylindrisch* gewählt.

#35: $[2,\ \varphi,\ \mathrm{IF}(0 \le z \le 4,\ z,\ 4)]$

Für den Deckel und den Boden:

#36: $[\mathrm{IF}(0 \le r \le 2,\ r),\ \varphi,\ 4]$

#37: $[\mathrm{IF}(0 \le r \le 2,\ r),\ \varphi,\ 0]$



7. Ein Kegel

Rotiert die Fläche zwischen dem Graphen von f und der x-Achse über dem Intervall [0, 4] um die x-Achse so entsteht ein Kegel mit dem Radius 2 und der Höhe 4.

#38: $f(x) := 2 - \frac{1}{2}\cdot x$

Für die Mantelfläche:

#39: $[x,\ f(x)\cdot COS(\varphi),\ f(x)\cdot SIN(\varphi)]$

Für den Boden:

#40: $[0,\ IF(0 \le r \le 2,\ r\cdot COS(\varphi)),\ IF(0 \le r \le 2,\ r\cdot SIN(\varphi))]$